2.1 静态拉伸法测材料的杨氏模量

托马斯-杨简介

托马斯-杨（1773-1829）

托马斯·杨，英国医生兼物理学家，光的波动学说的奠基人之一。他在物理学上最杰出的贡献是在光学和声学领域。

托马斯·杨对弹性力学很有研究，特别是对胡克定律和弹性模量。后人为了纪念他的贡献，把纵向弹性模量（正应力与线应变之比）称为杨氏模量。

实验简介

物体在外力作用下会发生性变，在外力撤走后，形变能够逐渐消失，这种形变称为弹性形变。弹性形变的物体内部应力与应变成正比关系，比例系数称为弹性模量。杨氏模量是纵向的弹性模量。

测量杨氏模量的常用方法有静态法、动态法和内耗法等，本实验采用静态拉伸法，为了测量钢丝的纵向微小形变，采用了一种光学放大原理测量微小长度的光杠杆装置。

实验目的

1. 学习用静态拉伸法测量钢丝的杨氏模量。
2. 掌握用光杠杆装置测量长度的微小变化量的原理和方法。
3. 学习用最小二乘法处理实验数据。

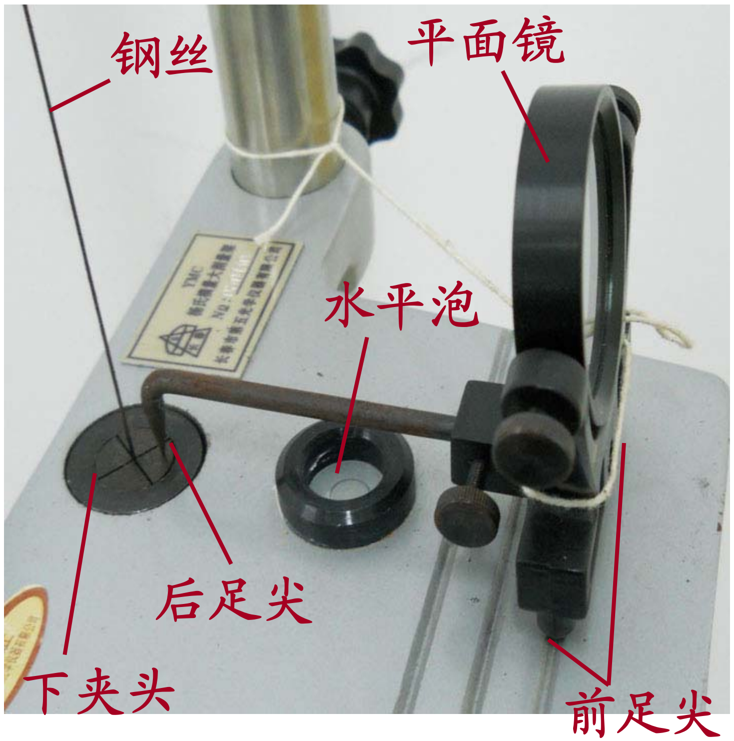
实验仪器

1. 杨氏模量测量仪（**YMC型**）； 光杠杆;
   镜尺组（**JCW-1型**）； 砝码（**1kg**）；
2. 千分尺（**0~25mm**, $\Delta_{仪} = 0.004$ **mm**）；
3. 游标卡尺（**0~150mm**，$\Delta_{仪} = 0.02$ **mm**）；
4. 米尺（$\Delta_{仪} = 0.5$ **mm**）

杨氏模量测定仪（ YMC型 ）

调整底座下面的三个地脚螺丝可以使立柱与地面垂直。立柱中间有一个可以沿立柱上下活动的平台。平台中间有一圆孔，夹紧金属丝下端的圆柱体下夹头可在期间上下自由滑动。平台上有直线凹槽和水平泡并放有光杠杆。下夹头下端有一带有托盘的挂钩，用来承托砝码。

光杠杆

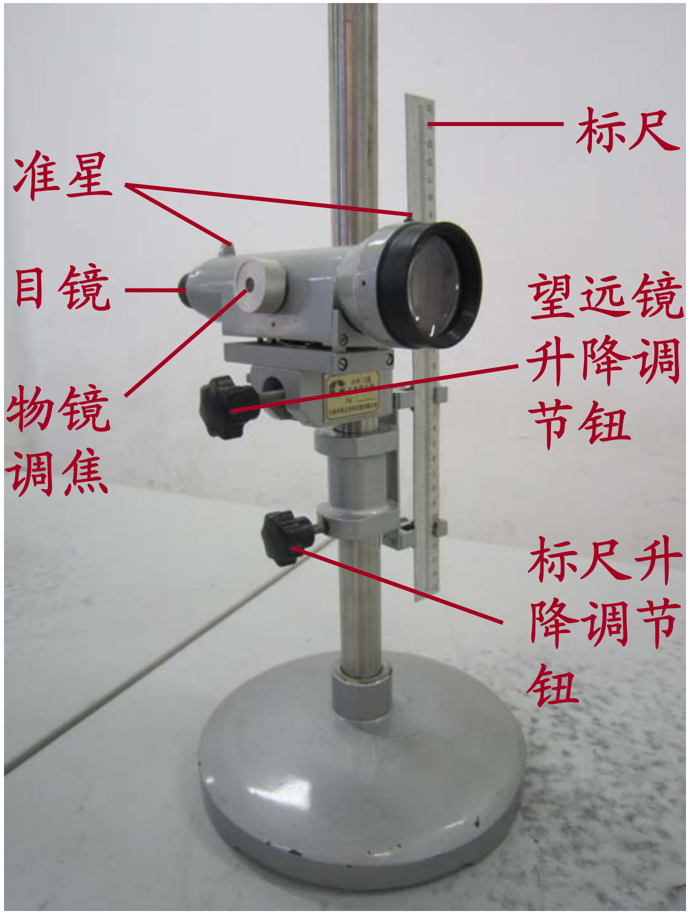


光杠杆常用来测量微小长度或角度的变化，它是装有圆形平面反射镜的带有三个足尖的框架。

测量时，两个前足尖置于平台上的凹槽内，后足尖放在圆柱体下夹头的上表面，随着下夹头向下（或向上）的微小移动，杠杆架以两个前足尖连线为轴产生转动。

镜尺组（JCW-1型）

镜尺组包括望远镜和标尺。望远镜水平放置，标尺贴近望远镜竖直安装，与被测钢丝相平行。



千分尺与游标卡尺

游标卡尺
（**0~150mm**，
$\Delta_{仪} = 0.02$ **mm**）

千分尺
（**0~25mm**，
$\Delta_{仪} = 0.004$ **mm**）

实验测量原理

1. 基本原理

根据胡克定律，在弹性限度内，应变与应力成正比，即

$$Y=\frac{F/A}{\Delta L/L}=\frac{FL}{A\Delta L}=\frac{4FL}{\pi D^2\Delta L}=\frac{4mgL}{\pi D^2\Delta L}$$

ΔL 为钢丝受轴向力mg时的伸长量。实验时，每改变1kg砝码，ΔL 一般很小，为得到较精确的 ΔL，本实验采用光杠杆放大原理。

2. 光杠杆镜尺法测微小伸长量的测量原理

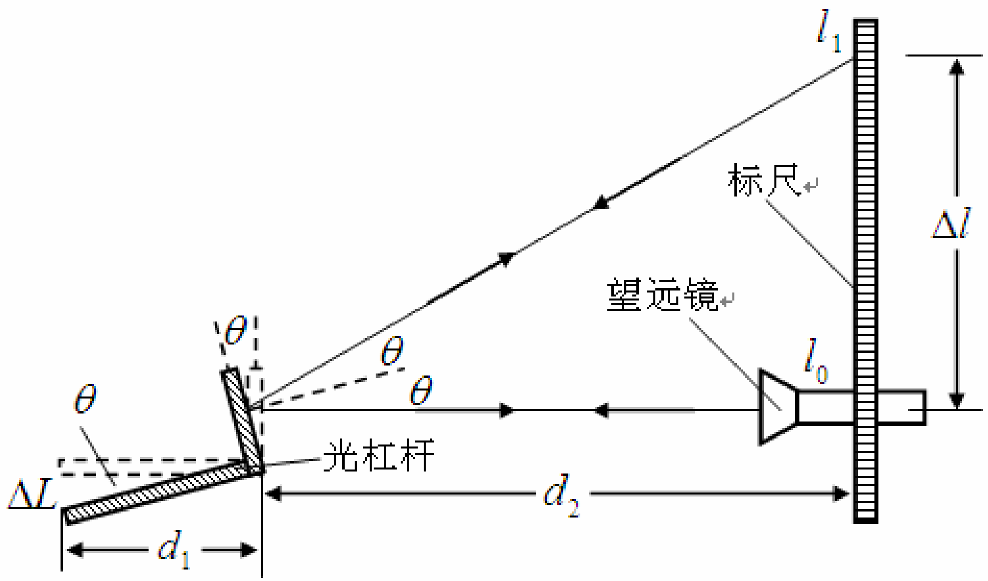
$$\theta \approx tg\theta = \frac{\Delta L}{d_1} \qquad 2\theta \approx \tan 2\theta = \frac{l_1 - l_0}{d_2} = \frac{\Delta l}{d_2}$$

$$\Delta l = d_2 2\theta = \frac{2d_2}{d_1}\Delta L$$

带入到 $Y = \dfrac{4mgL}{\pi D^2 \Delta L}$

得:

$$\boxed{Y = \frac{8gLd_2}{\pi D^2 d_1} \cdot \frac{m}{\Delta l}}$$



实验内容与数据处理

1. 仪器的调整

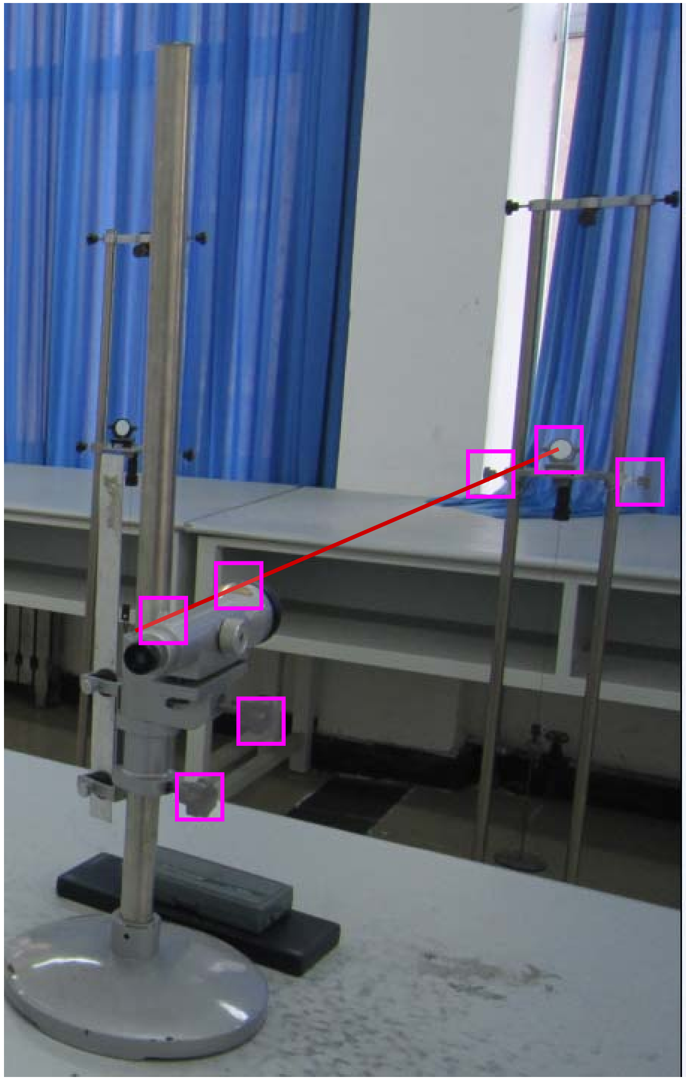
(1) 调节杨氏模量测量仪，使两立柱铅直，平台水平，在托盘上加两个砝码（此两个砝码不作为实验重物）使金属丝处于铅直状态。

(2) 在平台上放好光杠杆，两前足尖放在一个凹槽内，后足尖尽量靠近钢丝但不要与钢丝接触，调整平面镜基本铅直。

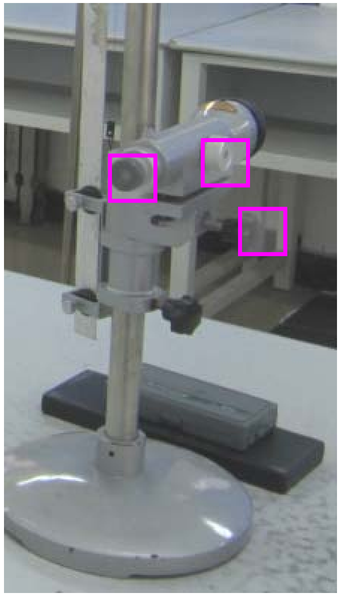
(3) 调节镜尺组

① 外观对准：调节光杠杆与望远镜、标尺中部在同一高度。

② 镜外找像：缺口、准星、平面镜中标尺像。三者在一条水平线上。



③ 镜内找像：

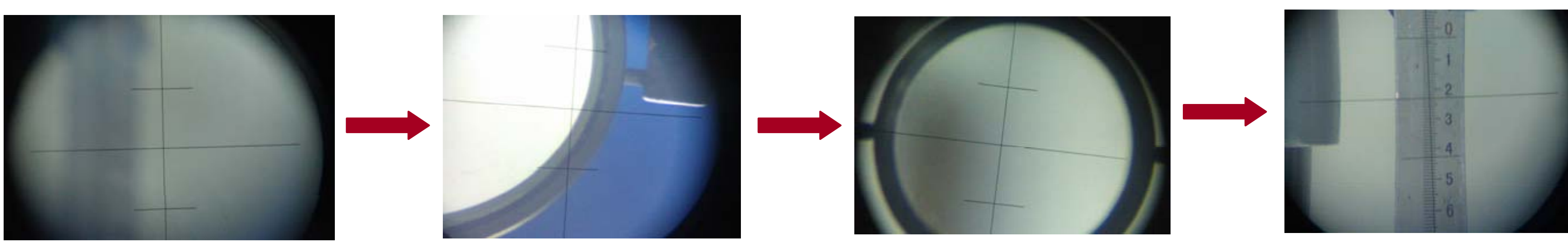


调节目镜使叉丝清晰;

调节调焦钮看清平面镜;

微调望远镜使平面镜在视野中央;

再调节调焦钮看清标尺像，直到无视差为准。



2. 测量

(1) 钢丝伸长量的测量

在钢丝拉直的情况下先逐个增加7个砝码，逐次记下相应的标尺刻度读数 l_i，之后增加第八个砝码但不计读数，等形变稳定后去掉此砝码，第二次记录第7个砝码下的标尺读数 l_7'，此后逐个减少砝码，并记下相应的标尺读数 l_i'。把数据计入数据表格2-2中。

表 2-2　钢丝受外力后伸长量的测量

m_i /kg	0	1	2	3	4	5	6	7
l_i /mm								
l_i' /mm								
$\bar{l}_i$ /mm								
$\Delta l_i = \bar{l}_i - \bar{l}_0$								

(2) 用钢卷尺测量上、下夹头间的钢丝长度L及反射镜到标尺的距离d_2。

(3) 用游标卡尺测量光杠杆后足尖到前两足尖连线之间的垂直距离d_1。

(4) 用千分尺在钢丝不同位置测量钢丝直径D共6次。

把(2)、(3)、(4)步骤所得数据计入数据表格2-3中。

表 2-3　L, d_1, d_2, D 记录表

L/mm	d_1/mm	d_2/mm	D/mm					

3. 数据处理

(1) 公式变形

将： $Y=\dfrac{8gLd_2}{\pi D^2 d_1}\cdot\dfrac{m}{\Delta l}$ 改写成：$\Delta l=\dfrac{8Ld_2g}{\pi D^2 d_1 Y}m=km$

其中 $k=\dfrac{8Ld_2g}{\pi D^2 d_1 Y}$ ，Δl 是砝码质量的线性函数

利用最小二乘法计算出斜率**k**，杨氏模量可由下式计算得出：

$$\boxed{\overline{Y}=\frac{8Ld_2g}{\pi\overline{D}^2 d_1 k}}$$

(2) 计算杨氏模量的不确定度:

根据各直接测量量的不确定度（见附录），计算杨氏模量的不确定度。

$$U_Y = \bar{Y}\sqrt{\left(\frac{U_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{U_{d_1}}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{U_{d_2}}{d_2}\right)^2 + \left(\frac{2U_D}{\bar{D}}\right)^2 + \left(\frac{U_k}{k}\right)^2}$$

(3) 杨氏模量的测量结果:

$$Y = \left(\bar{Y} \pm U_Y\right)\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

注意事项

1. 加减砝码时，要轻拿轻放，并等钢丝不晃动且形变平稳后读取 l_i 和 l_i' 的值。
2. 注意保护平面反射镜和望远镜，不能用手触摸镜面。
3. 实验完成后，应将砝码取下，防止钢丝疲劳。

思考题

1. 材料相同，粗细长度不同的两根钢丝，在相同的加载条件下，它们的伸长量是否一样？杨氏模量是否相同。
2. 光杠杆有什么特点？怎样提高光杠杆的灵敏度。
3. 实验中哪个量的测量对杨氏模量的结果影响最大？该如何改进？

附录

钢丝杨氏模量的数据处理

L 单次测量的不确定度： $U_L = 0.5(\mathrm{mm})$

d_2单次测量的不确定度： $U_{d_2} = 0.5(\mathrm{mm})$

d_1 单次测量的不确定度： $U_{d_1} = 0.02(\mathrm{mm})$

D 多次测量的不确定度： $U_D = \sqrt{u_{AD}^2 + u_{BD}^2}$

其中： $u_{AD} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{6}\left(D_i - \bar{D}\right)^2}{(6-1)}}$ $u_{BD} = 0.004(\mathrm{mm})$

k的不确定度：取为k的标准偏差

$$U_k = S_k = \frac{1}{\sqrt{7\left[\overline{x^2} - \left(\overline{x}\right)^2\right]}} S_{\Delta l}$$

其中$S_{\Delta l}$为测量值 Δl_i 实验标准偏差

$$S_{\Delta l} = \sqrt{\frac{1}{7-2}\sum_{i=1}^{7}\left(\Delta l_i - k m_i\right)^2}$$

Y的不确定度：

$$U_Y = \overline{Y}\sqrt{\left(\frac{U_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{U_{d_1}}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{U_{d_2}}{d_2}\right)^2 + \left(\frac{2U_D}{\overline{D}}\right)^2 + \left(\frac{U_k}{k}\right)^2}$$