

2.3 三线摆法测刚体的转动惯量





实验简介

转动惯量是刚体转动惯性大小的量度，它与刚体的质量、转轴的位置和质量的分布有关。刚体转动惯量是表征刚体特性的一个物理量，是在研究诸如飞轮的转动、导弹的发射等转动物体运动规律时的重要参数。

对于一般几何形状复杂、质量分布不均匀的刚体，计算转动惯量相当复杂，通常采用实验方法测定。测定转动惯量的方法很多，三线摆法特点是操作简单，是由摆动周期和三线摆参数测量刚体转动惯量的常用方法之一。



实验目的

1. 了解三线摆的构造、工作原理，熟悉激光光电计时计数仪的使用方法；
2. 测定规则物体圆环、圆柱和圆饼绕对称轴的转动惯量。
3. 验证转动惯量的平行轴定理。



实验仪器

1. FD-IM-II转动惯量测量仪

(含计时计数毫秒仪 $\Delta_{\text{仪}} = 0.001\text{s}$) ;

2. 水平仪;

3. 圆饼, 圆环及圆柱体3种试件;

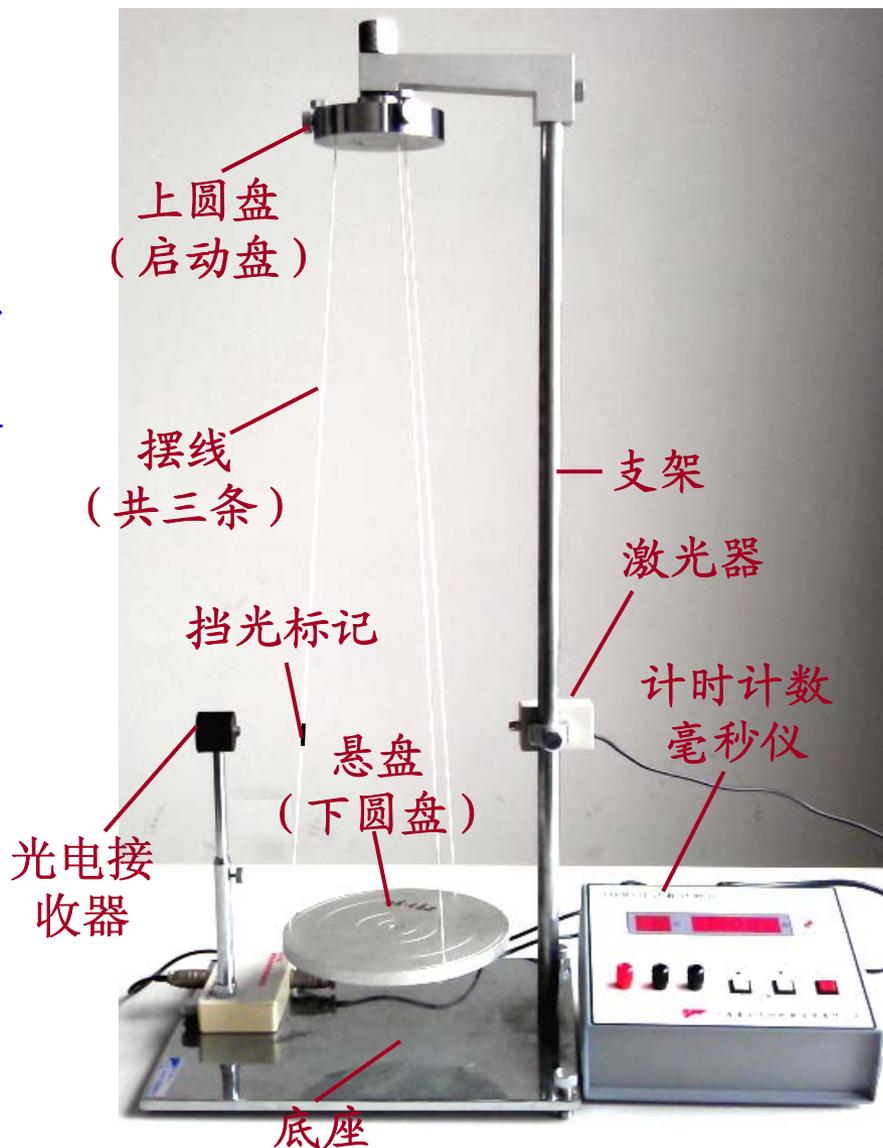
4. 米尺 ($\Delta_{\text{米尺}} = 0.5 \text{ mm}$) ,

5. 游标卡尺 (150mm, 300mm, $\Delta_{\text{卡尺}} = 0.02 \text{ mm}$)



FD-IM-II转动惯量测量仪

三线摆是将一个匀质圆盘，以等长的三条摆线对称的悬挂在一个水平的小圆盘下面构成。这上下两个圆盘各自的悬点之间是等间距的，各自构成等边三角形的三个顶点。





FD-IM-II 计时计数毫秒仪

计时计数毫秒仪内设单片机，具有**计时和计数**功能。在每次设置好计数数值后，计时计数毫秒仪每接收到一个下降沿信号就计数一次，直至计数到设定的数值便立即停止计数和计时，这时可从计时显示中读出发生触发信号所用的时间。





FD-IM-II 计时计数毫秒仪

使用时，调整好位置，使激光打到光电接收器的小孔上，仪器右上角的低电平指示灯的状态为暗，设定计数数值，此时仪器处于等待状态，当光电接收器接收到激光器触发信号后，计时计数毫秒仪则开始计时。



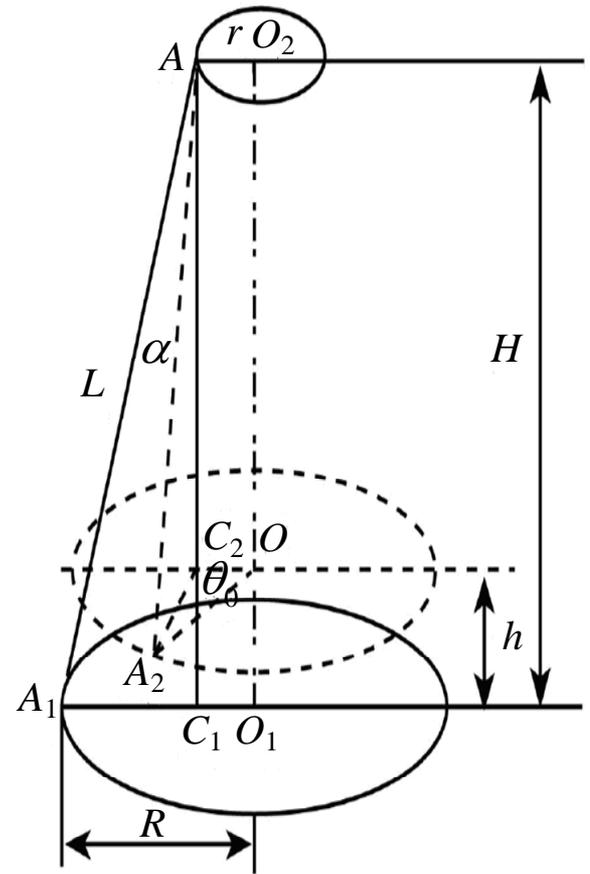


图中悬盘绕中心轴 O_1O_2 的小角度扭转振动可以看成是简谐振动，若略去摩擦力，系统机械能守恒，有

$$\frac{1}{2} J_0 \omega_0^2 = \frac{1}{2} J_0 \left(\frac{2\pi}{T_0} \theta_0 \right)^2 = m_0 g h$$

根据几何关系，悬盘沿中心轴上升的高度

$$h = \frac{Rr\theta_0^2}{2H}$$

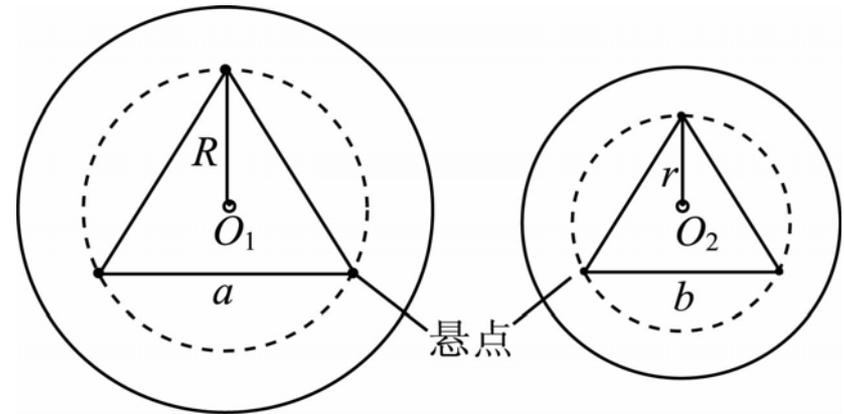




将 $h = \frac{Rr\theta_0^2}{2H}$ 代入到 $\frac{1}{2}J_0\omega_0^2 = \frac{1}{2}J_0\left(\frac{2\pi}{T_0}\theta_0\right)^2 = m_0gh$

中，得悬盘的转动惯量

$$J_0 = \frac{m_0gRr}{4\pi^2H}T_0^2$$



为了测量准确，设 a 和 b 分别为悬盘和启动任意盘两悬点的距离，所以悬盘的转动惯量为：

$$J_0 = \frac{m_0gab}{12\pi^2H}T_0^2$$



实验测量原理

若要测量质量为 m_1 的物体对于 O_1O_2 轴的转动惯量 J_1 ，只须将待测物体置于悬盘上，设此时的扭摆周期为 T ，因各物体对同一转轴的转动惯量具有叠加性，悬盘与待测物共同对于 O_1O_2 轴的转动惯量为：

$$J = \frac{(m_1 + m_0)gab}{12\pi^2 H} T^2$$

则待测物体对 O_1O_2 轴的转动惯量 J_x 为

$$J_x = J - J_0$$

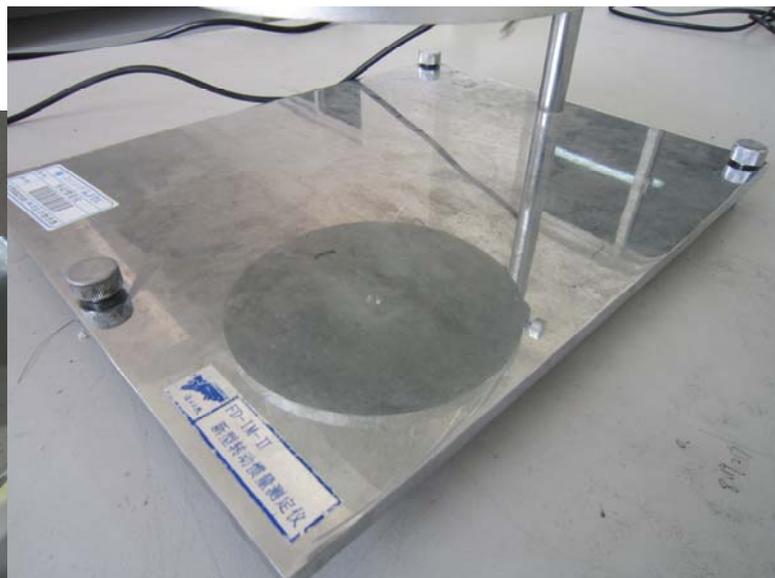


实验内容与数据处理

1. 仪器调整

(1) 调节上盘（启动盘）水平：

将圆形水平仪放到悬臂上，调节底座上的调平螺丝使其水平；





(2) 调节悬盘水平:

将圆形水平仪放到悬盘中心，调节摆线的锁紧螺栓和旋扭，使悬盘水平。





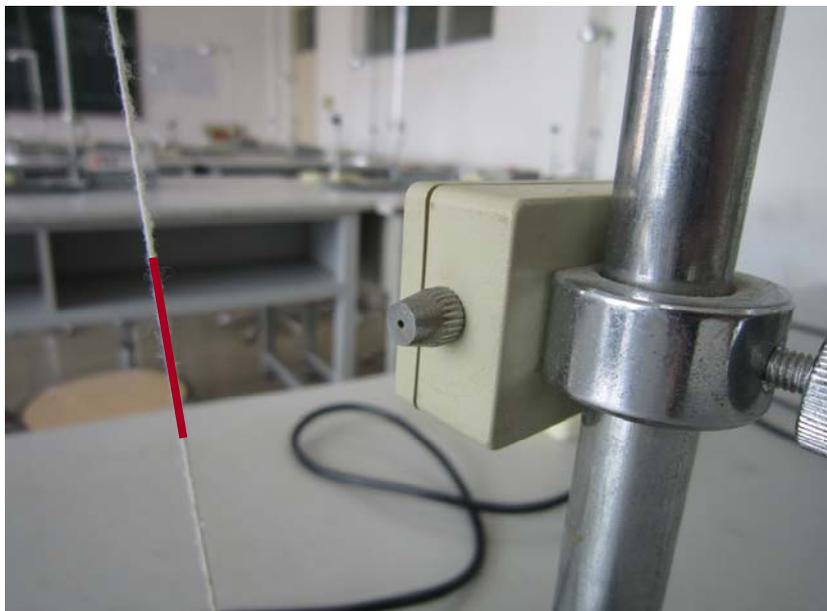
(3) 调节激光器和计时仪:

- ① 把激光器和光电接收器放置合适位置，使激光打到光电接收器的小孔上，计时计数毫秒仪右上角的低电平指示灯状态为暗。





- ② 转动启动盘，使带有档光标记的一根摆线能挡住激光束。



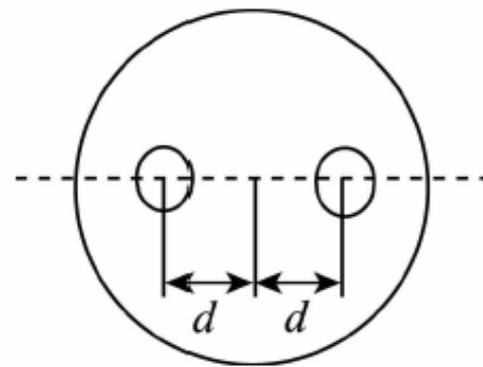
- ③ 预置计时仪的计时次数。(挡住激光束一次，低电平指示灯变亮一次，记时开始，同时预置次数减一次，直至次数为零，记时停止)。



2. 测量

(1) 测量悬盘、圆饼、圆环、一个小圆柱以及两个小圆柱的转动周期 T 。

测量两个小圆柱的转动周期时，两个小圆柱的位置如右图所示。





测量其他待测物体时，其转轴与 O_1O_2 轴重合。将测量结果及他们的质量记录在表2-4中。

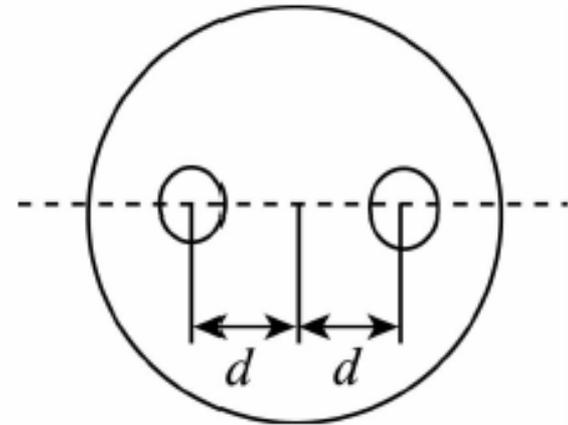
表 2-4 质量、周期数据

测量项目		悬盘质量	圆饼质量	圆环质量	一个小圆柱质量	两个小圆柱质量
		_____ g				
扭摆周期		20	20	20	20	20
总时间/s	1					
	2					
	3					
	4					
	5					
20 个周期平均时间/s						
1 个周期平均时间/s						



(2) 用钢尺测量上下量圆盘之间的高度 H ，用游标卡尺测量图中上下两玄点之间的距离 b 和 a ，各测量3次，记录数据与自拟表格中。

(3) 用游标卡尺测量圆饼的外径 $D_{\text{圆饼}}$ 以及两圆柱体中心的距离 $2d$ ，各测量6次，数据表格自拟。





3. 数据处理

(1) 分别计算 a , b , H , T_0 的最佳值和不确定度。

计算悬盘转动惯量 J_0 及不确定度, 给出 J_0 的测量结果。

$$J_0 = (\bar{J}_0 \pm U_{J_0}) \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

J_0 的不确定度计算公式为:

$$U_{J_0} = \bar{J}_0 \sqrt{\left(\frac{U_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{U_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{U_H}{H}\right)^2 + \left(\frac{2U_{T_0}}{T_0}\right)^2}$$



- (2) 计算圆饼 J_1 ，圆环 J_2 ，一个小圆柱 J_3 和两个小圆柱 J_4 绕中心轴的转动惯量。
- (3) 把步骤(2)中的 J_1 和通过理论公式

$$J_{\text{圆饼}} = \frac{1}{8} m D_{\text{圆饼}}^2$$

计算所得圆饼的转动惯量进行比较，计算相对误差。



(4) 按平行轴定理, J_3 和 J_4 应满足

$$\frac{J_4}{2} = J_3 + md^2$$

式中 m 是一个小圆柱的质量, J_3 是小圆柱通过自身质心轴的转动惯量, $J_4/2$ 是此小圆柱质心轴平移距离 d' 后的转动惯量。把步骤(2)中的 J_3 和 J_4 代入上式, 求出质心轴平移的距离 d' , 与测量得到的 d 进行比较, 计算二者偏差。

$$\Delta d = |d - d'|$$



注意事项

1. 实验过程中，切勿直视激光光源。
2. 启动盘的扭转角度应小于 5° 。
3. 测量时转动盘和悬盘一定要调水平。
4. 防止三线摆摆动时发生晃动，以免影响测量结果。



思考题

1. 试分析成立的条件，实验中应如何保证待测物体转轴始终和轴重合？
2. 当待测物体叠加到悬盘时（中心一致），其扭转周期如何变化？为什么？
3. 同质量当待测物体叠加到悬盘时（中心一致），其扭转周期如何变化？为什么？



附录

J_0 的不确定度计算公式为:

$$U_{J_0} = \bar{J}_0 \sqrt{\left(\frac{U_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{U_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{U_H}{H}\right)^2 + \left(\frac{2U_{T_0}}{T_0}\right)^2}$$

其中

$$U_{Aa} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (a_i - \bar{a})^2}{3-1}} \quad U_{Ba} = 0.02 \text{ mm} \quad U_a = \sqrt{u_{Aa}^2 + u_{Ba}^2}$$



$$U_{Ab} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (b_i - \bar{b})^2}{3-1}} \quad U_{Bb} = 0.02 \text{ mm} \quad U_b = \sqrt{u_{Ab}^2 + u_{Bb}^2}$$

$$U_{AH} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (H_i - \bar{H})^2}{3-1}} \quad U_{BH} = 0.5 \text{ mm} \quad U_H = \sqrt{u_{AH}^2 + u_{BH}^2}$$

$$U_{T_0} = \Delta_{\text{仪}} = 0.001 \text{ s}$$